

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
Centro de Educação e Ciências Humanas
Departamento de Metodologia de Educação

**O ENSINO DA GEOMETRIA NAS SÉRIES INICIAIS: RETRATOS DE
UMA SALA DE AULA**

Ana Karina Fazza

São Carlos - SP
2008

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
Centro de Educação e Ciências Humanas
Departamento de Metodologia de Educação

**O ENSINO DA GEOMETRIA NAS SÉRIES INICIAIS: RETRATOS DE
UMA SALA DE AULA**

Ana Karina Fazza

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura Plena em Pedagogia, da Universidade Federal de São Carlos – UFSCar; como parte dos requisitos para obtenção do Título de Graduação, sob orientação da Professora Dra. Cármen Lúcia Brancaglioni Passos.

São Carlos - SP
2008

Aos meus pais por me permitirem concluir
mais essa tarefa.

FAZZA, Ana Karina. **O ensino de Geometria nas séries iniciais: retratos de uma sala de aula.** Trabalho defendido e aprovado no Curso de Licenciatura Plena em Pedagogia da Universidade Federal de São Carlos em ____/____/____ pela banca examinadora constituída pelos professores:

Professora Dra. Cármen Lúcia Brancaglion Passos – UFSCar (orientadora)

Professor Ms. José Antonio Araújo Andrade – UFLA (co-orientador)

Professora Dra. Rosa M. M. Anunciato de Oliveira – UFSCar

AGRADECIMENTOS

À Orientadora Professora Doutora Cármen pela orientação, dedicação e paciência.

Ao Professor José Antonio Araújo Andrade por ter me co-orientado e me instruído com muita cautela e dedicação, sua presença foi fundamental no trabalho.

A Professora Doutora Rosa M. M. A. de Oliveira por aceitar examinar meu trabalho.

À Escola Estadual, que me recebeu tão bem do primeiro ao último dia.

As professoras e suas crianças que me proporcionaram tanto aprendizado.

Aos professores que contribuíram para a minha formação.

Ao José Newton por ler o trabalho e me apoiar com tanto carinho.

Aos colegas e amigos de São Carlos que de forma direta ou indireta participaram desta etapa de aprendizado tão importante na minha vida.

A todos da Rep. Teiquirizi por terem me acolhido e colaborado para a conclusão deste trabalho.

Às minhas irmãs Carol e Cris, sempre presentes! Amo vocês!

Ao meu pai e minha mãe por me apoiarem e confiarem em mim.

A Deus por me dar forças.

Obrigada do fundo do meu coração, sem todos vocês seria difícil concluir este trabalho.

SUMÁRIO

SUMÁRIO DE TABELAS	i
RESUMO	ii
INTRODUÇÃO	1
1. METODOLOGIA DA PESQUISA	3
2. ASPECTOS HISTÓRICOS DO ENSINO DA GEOMETRIA	5
3. PROPRIEDADES DAS FIGURAS GEOMÉTRICAS	8
3.1 De desenvolvimento do pensamento geométrico	10
4. DESCRIÇÃO DAS AULAS DE GEOMETRIA OBSERVADAS (AGO – DEZ/ 2007)	18
4.1 Considerações da entrevista	20
4.2 Aula de Geometria ministrada (ago – dez 2007)	22
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS	28
6. BIBLIOGRAFIA	30
ANEXO I	32

SUMÁRIO DE TABELAS

Tabela 1 – Geometria	18
Tabela 2 – Questões	19
Tabela 3 – Tópicos e Metodologia da Atividade Programada	23

RESUMO

Estudos enfatizam que durante toda sua vida as pessoas interagirão com objetos concretos em um espaço físico. O espaço físico não é a única fonte de matematização, mas sua importância deve ser ressaltada. Apesar da reconhecida importância da geometria na formação e desenvolvimento dos indivíduos, seu ensino vem sendo relegado a um segundo plano e, muitas vezes, desprezado. Pretendemos com esta pesquisa identificar momentos em que geometria é ensinada aos alunos e de que modo esse conteúdo está relacionado com os conhecimentos geométricos de professores em exercício e em formação inicial. A pesquisa tem características de pesquisa qualitativa, podendo ser considerada como um Estudo de Caso. Neste tipo de abordagem dá-se especial atenção à caracterização de um objeto no que ele tem de único e específico, na sua relação com o contexto e na sua história. Na coleta de dados utilizamos diferentes instrumentos, tais como: entrevista com a professora, anotações das observações no diário de campo e análise das práticas geométricas utilizadas em sala de aula. Para melhor entendimento do objeto pesquisado, a relação entre os conhecimentos geométricos e a prática docente da professora, buscamos aportes teóricos nos estudos de Passos (2000), Andrade (2004), Nacarato et al (2003) e também os estudos do van Hiele sobre o desenvolvimento do pensamento geométrico. Os dados coletados foram analisados e interpretados tendo como apoio os estudos teóricos que abordam processos de ensino e aprendizagem da geometria.

INTRODUÇÃO

A intenção de investigar, neste trabalho, as práticas pedagógicas em Geometria, de uma professora do 5º ano (antiga 4ª série) do ensino fundamental, surgiu nos bancos da Universidade na disciplina de Metodologia do Ensino de Matemática na Licenciatura Plena em Pedagogia na Universidade Federal de São Carlos, ao sentirmos a dificuldade da minha turma na disciplina.

Tivemos a oportunidade de pesquisar o ensino de geometria na Iniciação Científica financiada pela FAPESP. E por meio de um recorte dos dados coletados na Iniciação Científica escrevemos esse Trabalho de Conclusão de Curso.

A pesquisa foi desenvolvida em uma Escola Pública na cidade de São Carlos no meio do ano letivo de 2007 com um 5º ano e com a mudança de ano a pesquisa continuou no primeiro semestre de 2008, na mesma Escola, mas com outra turma e outra professora, ainda de 5º ano. Não continuamos com a mesma professora por ela ter sido remanejada para uma 1ª série. Os dois momentos de coleta de dados têm sua riqueza, no entanto, optei pela primeira turma pesquisada por ter sido o momento em que a professora permitiu que planejássemos e aplicássemos uma aula, *“pois ela não se sentia preparada o suficiente para ensinar o conteúdo e provavelmente o substituiria por um que dominasse melhor”* e, também, porque a segunda professora não chegou a dar aula de geometria para a turma devido a problemas de alfabetização e dificuldades com as operações matemáticas básicas dos alunos e não pode nos fornecer uma aula para trabalharmos com a turma.

Paralelamente realizamos um aprofundamento teórico sobre o desenvolvimento do pensamento geométrico para conhecer as teorias e formas de trabalhar o conteúdo considerando o estágio de conhecimento em que a criança se encontra e assim poder relacionar com a prática na sala de aula. Realizamos ainda um estudo sobre os aspectos históricos do ensino da geometria e das propriedades geométricas pertinentes ao ensino da geometria nas séries iniciais com o objetivo de entender a dimensão curricular do ensino desse conteúdo nesse nível de escolarização.

Cada estudo teórico realizado no decorrer da pesquisa de campo foi de fundamental importância para entendermos o que estava acontecendo na sala de aula, que fatores históricos levavam a professora a ter determinadas atitudes que passavam a interferir diretamente na formação dos alunos.

Tivemos a oportunidade de entrevistar a professora (Anexo I) na tentativa de compreender melhor a forma com que ela tratava os conteúdos geométricos em sua prática docente e, de certo modo, a sua concepção sobre a geometria e seu ensino. Como pode ser observado no Capítulo 4.1, identificamos nas respostas apresentadas pela professora alguns motivos que podem estar contribuindo para a pouca atenção dada ao ensino de geometria com um enfoque mais abrangente como sugerem os estudos teóricos realizados anteriormente.

O objetivo geral da pesquisa foi investigar e analisar como a geometria tem sido desenvolvida com os alunos de uma turma de 5º ano (antiga 4ª série) do Ensino Fundamental. Mais especificamente, analisar as relações estabelecidas entre o conhecimento geométrico da professora e as práticas desenvolvidas em sala de aula com seus alunos, procurando compreender que saberes são mobilizados no processo de ensinar geometria.

No Capítulo 1 é apresentada a metodologia do trabalho, onde podemos ver que o estudo teórico embasou-se em um Estudo de Caso, nos dando suporte para analisar os dados coletados e assim compreender que a teoria estudada sobre o saber geométrico que a professora carrega consigo e transmite é aquele que ela aprendeu na sua formação escolar (Anexo I).

Foi possível compreender melhor o processo de ensino da professora e de seus alunos por meio da história da geometria. Ao tratarmos sobre os aspectos históricos da geometria no Capítulo 2, temos um panorama geral do início do uso prático da geometria e de sua sistematização que, com o passar do tempo, fundamentou o ensino da geometria utilizado até os dias de hoje.

Para uma pesquisa de campo mais produtiva estudamos no Capítulo 3 as propriedades geométricas e o desenvolvimento do pensamento geométrico, que foram importantes como podemos ver no Capítulo 4 para a observação das aulas da professora, considerações de sua entrevista e planejamento da aula ministrada para a turma de 5º ano (antiga 4ª série). Por fim no Capítulo 5 temos as considerações finas do trabalho.

1. METODOLOGIA DA PESQUISA

Este é um estudo de abordagem qualitativa, desenvolvido por meio de um Estudo de Caso, em que se procurou investigar a realidade tal como ela é experimentada pelos professores. Neste tipo de abordagem dá-se especial atenção à caracterização de um objeto no que ele tem de único e específico, na sua relação com o contexto e na sua história.

Lüdke e André (1986) consideram que, quando o objeto de investigação consiste em estudar algo singular, com significado próprio, o método ideal de investigação é o Estudo de Caso, pois essa modalidade de pesquisa deve se desenvolver em situações naturais, podendo ser uma fonte de dados descritivos, ou seja, uma descrição minuciosa, cuidadosa, uma vez que deve captar o universo das percepções, das emoções e das interpretações dos informantes em seu contexto.

Optou-se pelo estudo de caso devido a algumas características desta pesquisa. Primeiramente, por ser uma pesquisa de campo; segundo, por ser realizada em uma turma de 5º ano, com suas particularidades; terceiro, na posição de Lüdke e André (1986), o estudo de caso como estratégia de pesquisa é um estudo, simples e específico ou complexo e abstrato e deve ser sempre bem delimitado. Pode ser semelhante a outros, mas é também distinto, pois tem um interesse próprio, único, particular e representa um potencial na educação. Destacam em seus estudos as características de casos naturalísticos, ricos em dados descritivos, com um plano aberto e flexível que focaliza a realidade de modo complexo e contextualizado.

A pesquisa foi desenvolvida junto a uma turma de 5º ano (4ª série) do Ensino Fundamental. O critério para a escolha dessa série refere-se ao fato dela estar próxima do encerramento dos dois primeiros ciclos do Ensino Fundamental e, nesse caso, buscamos, ao longo do ano letivo, ver o desenvolvimento de conteúdos de geometria indicados nas Propostas Curriculares compatíveis com a continuidade desse campo nas séries seguintes.

Na coleta de dados foram utilizados diferentes instrumentos, tais como: entrevista com a professora, anotações das observações no diário de campo e análise de atividades geométricas utilizadas em sala de aula. Escolhemos esses instrumentos, pois a composição deles nos fornece uma visão detalhada da realidade na sala de aula.

Passamos a acompanhar uma turma de 5º ano e após algumas aulas assistidas surgiram diversas dúvidas e questionamentos a respeito da formação escolar e

acadêmica da professora em relação à geometria e também sobre o ensino deste conteúdo aos seus alunos. Assim, formulamos questões para entrevistar a professora (Anexo I) e ela preferiu responder as questões durante a aula por não ter tempo de fazê-la em outro horário. Durante a entrevista outras questões surgiram, dando espaço a novas perguntas, enriquecendo nossa coleta de dados. Este instrumento favoreceu a compreensão real sobre a professora, pois ela nos diz sobre ela mesma, sem precisarmos supor nada chegando a fazer juízo de valor a seu respeito. No caso da entrevista não realizamos uma gravação de áudio e vídeo por ser uma exigência da direção da escola que liberou apenas que fotografássemos as atividades das crianças – servindo apenas como ilustração.

Os diários de campo também foram um recurso importante para registrar os acontecimentos observados e vividos pela pesquisadora na sala de aula, servindo para organizar os dados e as reflexões sobre os acontecimentos na sala de maneira mais sistemática e organizada.

Para a análise das informações coletadas em nossa pesquisa, optamos por relatar as aulas de geometria assistidas com base no diário de campo, a aula sobre poliedros ministrada pela pesquisadora, à entrevista com a professora e relacionar essas informações com o estudo teórico realizado paralelamente à pesquisa de campo. A relação entre teoria e prática foi feita de maneira cautelosa, a fim de buscar compreender melhor a realidade da sala de aula.

2. ASPECTOS HISTÓRICOS DO ENSINO DA GEOMETRIA

Devido à complexidade da Geometria buscamos compreender que fatores influenciaram a formação da professora e de seus alunos por meio de um estudo histórico do ensino da Geometria. Buscamos as primeiras considerações a respeito da geometria até a atualidade, nos atendo aos principais fatos/elementos históricos.

Estudamos em Passos (2000) que o historiador Eves (1992), argumenta que as primeiras considerações a respeito da Geometria podem ter sido originadas a partir de simples observações provenientes da capacidade humana de reconhecer configurações físicas, comparar formas e tamanhos. Também ressalta que os egípcios e os babilônios a beira do Rio Nilo e Eufrates iniciam as primeiras noções geométricas a partir da medição da área de plantio, construção de moradias entre outras necessidades da época.

De acordo com Pavanello (1989), apud PASSOS (2000) afirma que:

“o que parece mais provável é que tais conhecimentos foram sendo construídos empiricamente, como resposta a necessidades de ordem prática das comunidades que, no Neolítico – Idade da Pedra – deixaram sua vida nômade, passando a se fixar a terra e a cultivá-la”. (p. 73).

Ainda em Passos (2000) vemos que Gerdes (1986) se baseia em padrões geométricos de povos africanos ao entrelaçarem tecidos para contestar as explicações sobre a origem da Geometria a partir das observações da natureza, e apresenta uma discussão sobre “*o despertar do pensamento geométrico*” a partir de considerações de diferentes matemáticos sobre a origem e o desenvolvimento da Geometria.

Andrade (2004) em sua dissertação nos mostra que por volta de 300 a.C., Euclides organizou a geometria até então conhecida como um sistema lógico único em sua obra, “*Elementos*”. Fiorentini (1995), apud Andrade (2004) diz que a obra de Euclides *caracteriza-se pela sistematização lógica do conhecimento matemático a partir de elementos primitivos (definições, axiomas, postulados). Essa sistematização é expressa através de teoremas e corolários que são deduzidos dos elementos primitivos.* (p. 59). Assim, o ensino de geometria se manteve a luz de Euclides até o final do século passado.

Com isso Andrade (2004) ressalta que o primeiro caso registrado de uma tentativa de ruptura com o modelo de ensino pautado no método formal euclidiano não focava o ensino de Geometria e sim um caso particular, sendo um livro para uma certa Marquesa (du Châtelet) que para as horas de lazer desejava se instruir em um pouco de

matemática. A obra não tinha caráter de livro didático e buscava “não espantar os iniciantes”, conforme o pesquisador descreve em sua Dissertação de Mestrado. Cita também que sob influência de alguns movimentos temos no Brasil o Movimento da Matemática Moderna onde não se nota uma tentativa de romper com Euclides e sim um acentuado abandono do ensino da Geometria notado nos anos 80.

Pavanello (1993), *apud* Andrade (2004) enfatiza que

o ensino da geometria na abordagem tradicional já enfrentava problemas em relação ao conhecimento do professor, aos métodos utilizados, à dificuldade em se estabelecer uma ponte entre a geometria prática indicada para a escola elementar e a abordagem axiomática introduzida no secundário. Problemas ainda maiores surgem com a proposição de programas nos quais a geometria é desenvolvida sob o enfoque das transformações. A maioria dos professores de matemática não domina esse assunto, o que acaba por fazer com que muitos deles deixem de ensinar geometria sob qualquer enfoque. (p. 59)

Segundo Zuin (2001) a partir da segunda metade da década de 70 as críticas ao Movimento da Matemática Moderna e a busca de novas alternativas para o ensino da Matemática começam a surgir. Muitas destas críticas giravam em torno da redução ou abandono do ensino da geometria.

A autora ainda destaca que após o Movimento da Matemática Moderna acontecem mudanças nos livros didáticos de matemática brasileiros. Passam a ser mais atraentes, com ilustrações e muitas cores, muitos conteúdos se restringem a algumas fórmulas deduzidas, sem demonstrações de teoremas. Entretanto o descaso pela geometria dedutiva, já que os professores tem no livro didático o seu principal e, muitas vezes, único referencial para programar as suas aulas.

Segundo Andrade (2004) os documentos curriculares produzidos após o Movimento da Matemática Moderna, dentre eles os Parâmetros Curriculares Nacional (PCN's),

é orientado a começar pela percepção, experimentação e exploração do espaço para que se possam ser criadas significações que permitam explicá-los, possibilitando representações desse espaço de modo a caminhar em direção a abstrações e manipulações mentais. Além disso, esse documento também traz preocupações com questões teórico-epistemológicas que vêm dar sustentação a essa concepção experimental de Ensino de Geometria. (p. 61).

O autor acima citado também se refere ao Programa Nacional do Livro Didático – PNLD, que é executado pelo Governo Federal e financiado pelo Fundo Nacional de

Desenvolvimento da Educação - FNDE, e tem por objetivo prover as escolas com um ensino de qualidade, por meio de um material adequado e atualizado.

Segundo Andrade(2004) o ensino de Geometria vem sendo pesquisado nos últimos anos e incorporado nos currículos de educação básica. Ecom a dificuldade de retratar as mudanças muitos professores nem compreendem o alcance das propostas.

3. PROPRIEDADES DAS FIGURAS GEOMÉTRICAS

Durante o trabalho de campo e a preparação da aula ministrada para a turma de 5º ano (antiga 4ª série), a necessidade de um estudo sobre as propriedades geométricas foi fundamental para a execução da pesquisa. Buscamos estudar as figuras bidimensionais, tridimensionais para assim trabalhar de maneira mais adequada.

Nas leituras dos referenciais teóricos e da revisão bibliográfica percebemos que crianças quando manipulam objetos geométricos espaciais ou planos realizam diferenciação entre corpo e figura. Os jogos com corpos, blocos lógicos, tijolinhos ou blocos de construção devem levar à diferenciação entre a forma dos corpos e a forma de suas faces. A folha de papel na linguagem cotidiana é chamada de retângulo e os blocos são chamados de “círculos” ou “quadrados”. No entanto, trata-se de corpos (linguagem matemática).

O reconhecimento das *arestas* (beiras) permite diferenciar linhas retas ou curvas, que representam as *fronteiras* das superfícies. Os *vértices* (quinas ou ponta/bicos) dos corpos aproximam à idéia de ponto como fronteira das linhas. Não se trata de nos empenharmos em utilizar a linguagem apropriada, na verdade, trata-se de atividades de demarcação, neste caso, arestas e vértices dos corpos constituem um meio eficaz para o tratamento destes temas.

Quanto às propriedades das figuras geométricas, elas se classificam em convexas e não-convexas, entre outras que não citaremos. Essas propriedades podem ser trabalhadas por meio de jogos de regiões marcadas no chão, por exemplo, uma região circular (convexa) e outra, com forma de bandeirinha, com ponta para dentro (não-convexa). Dentre as figuras convexas podemos identificar aquelas que são limitadas por linha reta. Nesse caso, se a figura plana é contínua, e limitada por segmentos de reta que não se cruzam, ela recebe o nome de polígono.

Soller (1991) apud Passos (2000) fala da transferência de informação de Geometria Plana para a Espacial, e o inverso, que pode gerar algumas dificuldades na interpretação do desenho.

Ao estudar as propriedades dos objetos geométricos vimos que no início da escolarização será importante o desenvolvimento de atividades que propiciem o estabelecimento de relações espaciais no objeto. Smole et al (2003), apresentam alguns exemplos de atividades, as quais apresentamos abaixo:

- *Com os objetos do cotidiano*: realizar atividades de armar e desarmar, o que estabelece relações inversas. Pode-se propor agrupar objetos por semelhança, estabelecendo ao mesmo tempo relações de diferenças. As crianças chegarão então a comparar objetos de seu entorno em função de suas qualidades físicas e poderão descobrir propriedades dos mesmos, tais como a cor, a textura, o sabor, o que serve para comer, vestir, entre outras. Logo que as atividades se centralizem em atributos como a forma e o tamanho haverá ingresso no âmbito da Geometria. Até então, a exercitação não implica conteúdos matemáticos específicos, mesmo quando sirvam de base para o conhecimento dos corpos. É importante que a criança manipule corpos de mesma forma, mas de diferentes tamanhos, e logo verbalize o que fez. Experiências têm mostrado que as crianças identificam a embalagem de um bastão de cola como cilindro, entretanto, raras vezes, reconhecerão o cilindro em uma moeda, por sua pequena altura.

- *Com os corpos geométricos* (o cilindro, o cone, a pirâmide, o prisma, o cubo e a esfera): Poderão realizar atividades exploratórias e de deslocamentos. Pode-se também planejar atividades de modo que o grupo trabalhe ao mesmo tempo com corpos geométricos e objetos do cotidiano que tenham a forma dos primeiros. A apresentação dos corpos geométricos favorece a centralização na forma como atributo.

Segundo as referidas autoras, a exploração leva as crianças a observar que alguns corpos têm pontas, outros não, que alguns são achatados e outros altos. Os deslocamentos se provocam ao deslizar os objetos sobre a superfície de uma mesa, chutando uma bola e de outras maneiras. Não se trata das crianças transportarem os objetos de um lado para outro, mas de efetuarem ações para que os objetos se desloquem.

A partir dessas experiências, Smole et al (2003) diz que as crianças poderão distinguir os que rolam dos que não o fazem e, posteriormente, que alguns rolam às vezes e outros sempre. Na busca de explicações para estes fatos, poderão chegar ao conceito de faces planas e curvas. É provável que inicialmente as crianças chamem redondas às faces curvas. Cabe ao professor fazer as observações para que elas

observem a base de um cilindro ou de um cone, para que estabeleçam a diferença entre redondo e curvo. A base de um cilindro é plana e redonda, ou propriamente falando, plana e circular. É fundamental a intervenção apropriada do professor como forma de evitar a fixação de idéias prévias que possam causar obstáculos para novos aprendizados.

No ensino da geometria, entre os sólidos, o poliedro regular tem sido uma das partes mais estudadas, desde que tais estudos começaram. Os poliedros têm uma beleza simétrica que tem fascinado homens de todas as épocas. Alguns poliedros são conhecidos dos antigos egípcios, que os usavam em suas arquiteturas (pirâmides e templos).

Ao aplicarmos a aula de geometria para o 5º ano (4ª série) a atividade proposta aos alunos foi a de “construir” a partir do plano um poliedro e estudar suas partes. Aparentemente após o termino da aula aplicada não percebemos uma clara internalização dos conceitos pelos alunos, mas no dia seguinte percebemos alguns deles comentando num pequeno grupo sobre o dodecaedro que ele se parecia com a bola de futebol, mas menor e mais “pontuda”, e um disse para o outro que não eram pontas e sim os vértices. De forma que ficamos surpresas em perceber as relações que os alunos estavam fazendo.

Para o desenvolvimento das atividades e compreensão de seus resultados¹, nos pautamos em referenciais teóricos que discutem o desenvolvimento do pensamento Geométrico.

3.1 Desenvolvimento do pensamento geométrico

Piaget e Inhelder apud Passos (2000), através de suas pesquisas puderam ver que as crianças representam e constroem o espaço por meio da interpretação, manipulação e interação com o meio. Também foi verificado que as imagens mentais criadas pelos alunos interferem na representação e visualização geométrica delas, sendo assim, de fundamental importância para o ensino da geometria nos primeiros anos de escolarização por facilitar o contato das crianças com os elementos geométricos.

¹ Resultados serão discutidos no capítulo posterior.

As construções do espaço e dos conceitos geométricos levam a um processo gradual de elaboração e reelaboração do sujeito. Apenas a explicação do professor não seria suficiente para a aquisição desse conhecimento geométrico.

A discussões acerca do ensino da geometria ao longo do tempo tem contribuído para o professor atuar diretamente na sala de aula. A perspectiva do casal holandês Pierre e Dina van Hiele (Nasser,1995) dentro do ensino da geometria sinalizam tais contribuições. O modelo tem sua origem em 1957, nas dissertações de doutorado de Dina van Hiele-Geldof e Pierre van Hiele na Universidade de Utrecht, nos Países Baixos.

Em Passos (2000) também são considerados os estudos do casal van Hiele sobre o desenvolvimento do pensamento geométrico, que identificou cinco níveis de compreensão na aprendizagem da geometria:

Nível básico (Nível 0) – visualização - seria o nível no qual os alunos estão conscientes do espaço apenas como alguma coisa que existe em torno deles.

Nível 1 – análise - inicia-se uma análise dos conceitos geométricos; por exemplo, através da observação e experimentação os alunos começam a discernir as características das figuras.

Nível 2 – dedução informal – os alunos são capazes de estabelecer relações entre propriedades relativas a uma figura; por exemplo, num quadrilátero, se os lados opostos são paralelos então os ângulos opostos são iguais; ou entre figuras; por exemplo, um quadrado é um retângulo porque tem todas as propriedades de um retângulo.

Nível 3 – dedução formal – o significado de dedução, como modo de estabelecer a teoria da geometria no interior de um sistema axiomático, é compreendido. Ou seja, a relação entre os termos indefinidos, os axiomas, postulados, definições, teoremas e a demonstração, bem como o papel de cada um, são compreendidos.

Nível 4 – rigor – o aluno é capaz de trabalhar em diversos sistemas e assim as geometrias não-euclidianas poder ser estudadas, e sistemas diferentes poder ser compreendidos. A geometria é vista como uma abstração.

O modelo dos van Hiele permite que os alunos passem de um nível de compreensão para outro conforme sua maturidade geométrica. Com um ensino apropriado eles podem evoluir seqüencialmente para os outros níveis superiores. Mas um ensino superior ao nível do aluno pode impedir o seu progresso e comprometer sua compreensão do conteúdo geométrico.

Para os educadores tomarem decisões quanto ao ensino da geometria os van Hiele também caracterizaram cinco propriedades do modelo, sequencial, avanço, intrínseco e extrínseco, lingüística e combinação inadequada.

Sequencial, diz que para um determinado tema escolhido os alunos devem passar por todos os níveis para que haja compreensão, não há como os alunos estarem no nível 2 sem terem passado pelo nível 1. A passagem de um nível a outro independe da idade. O aluno pode estar em níveis diferentes em assuntos diferentes.

Avanço, os fatores principais para a continuidade dos alunos são os conteúdos e os métodos. Segundo van Hiele, é possível ensinar as crianças conteúdos mais avançados sem prejudicar seu aprendizado, apenas introduzindo o assunto. Nas propriedades do modelo intrínseco e extrínseco os objetos inerentes a um nível tornam-se os objetos do ensino no nível seguinte. De forma que no Nível 0 – Percebe-se apenas a forma da figura. Entretanto, a figura é determinada por suas propriedades. No Nível 1 – A figura é analisada e seus componentes e propriedades são descobertos. Na propriedade combinação inadequada, caso haja um descompasso entre o nível ensinado e o do aluno este não será capaz de acompanhar.

Além da propriedade do método e da organização do curso, o conteúdo e o material utilizado têm sua importância. Nesse sentido, os van Hiele pensaram cinco fases do aprendizado, interrogação, orientação dirigida, explicação, orientação livre e integração, como segue:

1. interrogação/ informação, o professor faz uma sondagem dos alunos através de perguntas e fica sabendo o que o aluno realmente sabe e o aluno se situa no conteúdo.
2. orientação dirigida, o professor organiza o material para que o aluno possa explorá-lo, e com isso instiga-lo a dar as respostas.
3. explicação, o conhecimento já adquirido passa a ser trocado, o professor interfere o mínimo possível, lembrando sempre a linguagem adequada.
4. orientação livre, o aluno passa a ter mais autonomia na forma de solucionar as questões complexas até as de final aberto, por meio da pesquisa.
5. integração, o aluno depois das fases anteriores é capaz de sintetizar o que já foi visto com o auxílio do professor, sem novidades, apenas uma revisão do que foi trabalhado.

Em relação à potencialidade da geometria como conhecimento, Freudenthal² apud PASSOS (2000), se expressa da seguinte maneira

“A Geometria é uma das melhores oportunidades que existem para aprender matematizar a realidade. É uma oportunidade de fazer descobertas como muitos exemplos mostrarão. Com certeza, os números são também um domínio aberto às investigações, e pode-se aprender a pensar através da realização de cálculos, mas as descobertas feitas pelos próprios olhos e mãos são mais surpreendentes e convincentes. Até que possa de algum modo ser dispensadas, as formas no espaço são um guia insubstituível para a pesquisa e a descoberta”.

Lorenzato (1995), apud PASSOS (2000) cita que sob a orientação do educador matemático Hans Freudenthal, o casal van Hiele pesquisou o ensino da Geometria com alunos de 12 e 13 anos, enfatizando a manipulação de figuras

“O Modelo de van Hiele, que concebe diversos níveis de aprendizagem geométrica (ou níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico) com as seguintes características: no nível inicial (visualização), as figuras são avaliadas apenas pela sua aparência, a ele pertencem os alunos que só conseguem reconhecer ou reproduzir figuras (através das formas e não pelas propriedades); no nível seguinte (análise) os alunos conseguem perceber características das figuras e descrever algumas propriedades delas; no outro nível (ordenação), as propriedades das figuras são ordenadas logicamente (inclusão) e a construção das definições se baseia na percepção do necessário e do suficiente. As demonstrações podem ser acompanhadas, memorizadas, mas dificilmente elaboradas. Nos dois níveis seguintes estão aqueles que constroem demonstrações e que comparam sistemas axiomáticos³”.

Ao pensarmos o modelo van Hiele no Brasil podemos ver que para Lorenzato (1995) apud PASSOS (2000) o ensino de Geometria permanece no nível inicial, onde os alunos julgam que o quadrado não é retângulo porque possuem aparências diferentes. Comprovamos essa relação na prática da sala de aula com a turma acompanhada, como podemos ver no próximo capítulo.

Segundo Nasser (2004), em busca de melhorar a qualidade do ensino de geometria, um grupo de professores da Universidade Federal do Rio de Janeiro criou o

² FREUDENTHAL, Hans. *Mathematics as an educational task*. Dordrecht: Reidel, 1973, p. 407 apud FONSECA, Maria da Conceição F. R. et al. *O ensino de geometria na escola fundamental: três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais*. Belo Horizonte, Autêntica, 2001.

³ LORENZATO, Sérgio. Por que não ensinar Geometria? *A educação matemática em revista*. Geometria. Blumenau, número 04, p.03-13, 1995. Edição especial.

Projeto Fundão, que desenvolve pesquisas com base no Modelo de van Hiele. Um dos frutos do Projeto Fundão é a coleção Matemática na vida e na escola⁴, elaborado a partir de pesquisas realizadas no projeto. Nos tópicos de geometria, o livro faz clara referência ao Modelo de van Hiele de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico.

No manual do professor, que pertence a coleção há um comentário, para que o professor acelere essas atividades iniciais caso perceba entre os alunos, facilidade em realizá-las, ou seja, o professor deve ficar atento aos conhecimentos prévios dos alunos e levá-los em conta, o que é um princípio fundamental no Modelo de van Hiele.

Em um dos livros da coleção citada, são apresentados modelos planejados de alguns sólidos geométricos, que podem ser usados nas atividades iniciais para que os alunos construam esses poliedros, e tenham um contato com objetos geométricos sólidos, a fim de verificarem algumas propriedades desses sólidos. Há algumas atividades com indicações de materiais tais como régua e compasso que deverão ser utilizados para uma melhor construção do desenvolvimento do aluno em geometria.

Por meio dessas atividades deve ocorrer a transição do nível básico para o nível 1 de Van Hiele. O tópico seguinte ao de poliedros é o de planificações, onde as atividades serão realizadas em um processo inverso ao que eles já tinham feito, ou seja, os alunos agora terão as figuras sólidas para chegar a suas planificações. Para isso as atividades iniciais pedem que os alunos tragam materiais sólidos (tais como caixas de pasta de dente ou de sabonete) para que esses sólidos sejam recortados e planificados. As atividades com poliedros e planificações partem do nível básico e guiam os alunos até o nível 1 de van Hiele. Não há demonstrações nessas atividades.

De um modo geral, a obra apresenta atividades diversificadas que estimulam a participação do aluno durante as aulas, e desenvolvem a autonomia deles com relação a geometria, além de apresentar linguagens diversificadas que favorecem o aprendizado do conteúdo.

Outro destaque importante do livro é a apresentação de pequenos trechos da história da geometria e atividades desafio, que estimulam a curiosidade, criatividade e o raciocínio.

Encontramos também nos documentos curriculares oficiais discussões sobre a importância do desenvolvimento do pensamento geométrico. Os PCNs postulam ser de fundamental importância o ensino da geometria nas escolas, pois formará pessoas com

⁴ Ana Lúcia Bordeaux et. al, Matemática na vida e na escola, Editora do Brasil, 2002.

capacidade de raciocínio amplo do mundo. Os referenciais sugerem ser muito mais produtivo se o professor conciliar o ensino à geometria a partir do mundo físico, de forma que o aluno será capaz de reconhecer a matemática na vida prática, e não só nos problemas propostos em sala de aula.

Esse documento faz referência sobre o que deve ser desenvolvido nos anos iniciais do Ensino Fundamental:

- Localização de pessoas ou objetos no espaço, com base em diferentes pontos de referência e algumas indicações de posição.
- Movimentação de pessoas ou objetos no espaço, com base em diferentes pontos de referência e algumas indicações de direção e sentido.
- Descrição da localização e movimentação de pessoas ou objetos no espaço, usando sua própria terminologia.
- Dimensionamento de espaços, percebendo relações de tamanho e forma.
- Interpretação e representação e representação de posição e de movimentação no espaço a partir da análise de maquetes, esboços, croquis e itinerários.
- Observação de formas geométricas presentes em elementos naturais e nos objetos criados pelo homem e de suas características: arredondadas ou não, simétricas ou não, etc.
- Estabelecimento de comparações entre objetos do espaço físico e objetos geométricos – esféricos prismáticos – sem uso obrigatório de nomenclatura.
- Percepção de semelhanças e diferenças entre cubos e quadrados, paralelepípedos e retângulos, pirâmides e triângulos, esferas e círculos.
- Construção e representação de formas geométricas.

No segundo ciclo deve-se trabalhar:

- Descrição, interpretação e representação da posição de uma pessoa ou objeto no espaço, de diferentes pontos de vista.
- Representação do espaço por meio de maquetes.
- Reconhecimento de semelhanças e diferenças entre corpos redondos, como a esfera, o cone, o cilindro e outros.
- Reconhecimento de semelhanças e diferenças entre poliedros (como os prismas, as pirâmides e outros) e identificação de elementos como faces, vértices e arestas.
- Composição e decomposição de figuras tridimensionais, identificando diferentes possibilidades.

- Identificação da simetria em figuras tridimensionais.
- Exploração das planificações de algumas figuras tridimensionais.
- Identificação de figuras poligonais e circulares nas superfícies planas das figuras tridimensionais.
- Identificação de semelhanças e diferenças entre polígonos, usando critérios como números de lados, números de ângulos, eixos de simetria, etc.
- Exploração de características de algumas figuras planas, tais como: rigidez triangular, paralelismo e perpendicularismo de lados, etc.
- Composição e decomposição de figuras planas e identificação de que qualquer polígono pode ser composto a partir de figuras triangulares.
- Ampliação e redução de figuras planas pelo uso de malhas.
- Percepção de elementos geométricos nas formas da natureza e nas criações artísticas.
- Representação de figuras geométricas.

Em 1988 a associação americana *The Nacional Council of Supervisors of Mathematics* – NCSM, durante seu encontro anual redigiu um documento que continha quais as habilidades básicas, em Matemática, necessárias para os estudantes do século XXI. O ensino da Geometria está entre as doze áreas de competência “que todos os alunos deverão apresentar, em Matemática, em sua atuação como adultos responsáveis” deste século. (Lorenzato & Vila, 1993, p. 42).

A pertinência do estudo de geometria e medidas, de modo a propiciar o desenvolvimento das capacidades cognitivas fundamentais, é ressaltada nos PCNs de matemática, quando se destaca a importância do aluno identificar que

o número irracional como um número de infinitas “casas” decimais não-periódicas, identifique esse número com um ponto na reta, situado entre dois racionais apropriados, reconheça que esse número não pode ser expresso por uma razão de inteiros; conheça números irracionais obtidos por raízes quadradas e localize alguns na reta numérica, fazendo uso, inclusive, de construções geométricas com régua e compasso.

O trabalho com o espaço e forma, deve ser trabalhado explorando

situações em que sejam necessárias algumas construções geométricas com régua e compasso, como visualização e aplicação de propriedades das figuras, além da construção de outras relações.

Deve destacar-se também nesse trabalho a importância das transformações geométricas (isometrias, homotetias), de modo que permita o desenvolvimento de habilidades de percepção espacial e como recurso para induzir de forma experimental a descoberta, por exemplo, das condições para que duas figuras sejam congruentes ou semelhantes.

Bittar e Freitas (2005) discorrerem sobre alguns aspectos tratados nesses documentos ao abordar os fundamentos e metodologia de matemática para os ciclos iniciais do ensino fundamental explicam que há muita geometria em nosso cotidiano, nas coisas mais básicas que vemos e no quão importante ela é em alguns trabalhos, como a construção de uma casa.

Por outro lado, enfatizam que cada vez mais se estuda menos geometria nas salas de aula e quando se estuda é de forma métrica e calculista, deixando de lado os materiais concretos, a praticidade que tem a geometria, e isso prejudica a formação dos alunos, pois eles deixaram de desenvolver bem o raciocínio geométrico. Temos uma idéia prática dessa falta de estudo citada pelas autoras nas aulas observadas, como podemos ver no próximo capítulo.

4. DESCRIÇÃO DAS AULAS DE GEOMETRIA OBSERVADAS (AGO – DEZ/2007)

Procurou-se compreender que conceitos geométricos a professora possuía e estava compartilhando com seus alunos. E com base nas aulas assistidas de agosto a dezembro de 2007 e no questionário realizado com a docente percebeu-se que devido ao trauma que a professora teve com a geometria, na época da educação básica, ela sente dificuldade em aprender e entender a geometria, e assim sente insegurança ao ensinar seus alunos. Como indicado em Lorenzato (1995), quem não aprendeu não tem condições de ensinar. Durante as observações realizadas na turma da professora, verificamos que ela ministrou apenas duas aulas de 45 minutos cada uma com o conteúdo de geometria.

Segundo a professora, a preparação dessas aulas ocorreu de acordo com o nível de dificuldade dos alunos, detectado por ela no dia-a-dia. No caso, se a professora tivesse conhecimento da teoria dos van Hiele poderia ter uma idéia mais clara do nível em que seus alunos se encontravam podendo trabalhar de maneira mais direcionada, como vimos no capítulo anterior.

Para decisão do tema a ser trabalhado a professora escolheu um livro didático adotado pela escola e selecionou um conteúdo da geometria que se sentisse segura em transmitir aos alunos. Ela relata que estudou alguns exercícios do livro e passou para as crianças a teoria e os exercícios. Ensinou-os os seguintes conteúdos: ponto, reta, segmento de reta, segundo a professora a atividade foi realizada exatamente como planejado, sem dificuldades da parte dela e dos alunos.

Observando a aula ministrada pela professora da turma verificamos que a docente escreveu na lousa:

TABELA 1
<u>Geometria</u>
<u>Ponto</u> : não tem dimensão, é infinito e sua propriedade é a de localização sendo representado por qualquer letra do alfabeto Maiúscula.
<u>Reta</u> : É uma linha infinita com uma única direção, sendo o caminho mais curto entre dois pontos quaisquer.
<u>Segmento de reta</u> : Possui começo e fim é o inverso da reta.

A professora fez uma leitura da teoria, como se estivesse explicando. Em momento algum notamos que foi considerado o pré-conhecimento do aluno sobre o assunto, percebemos que isso ocorreu por a turma ser muito grande e ter alunos ainda

não alfabetizados com outros alfabetizados, fato que dificulta o trabalho da professora. O conteúdo escolhido e o método utilizado indicam que há um predomínio pela definição de entes geométricos abstratos, nos moldes da Geometria Euclidiana, que a literatura estudada indica que não consegue atingir o aluno no início da escolarização.

As crianças, talvez, por já estarem acostumadas com essa forma da professora ensinar não questionam e copiam a teoria e os exercícios da lousa. Introduz os exercícios que solicitavam respostas de acordo com as informações passadas na lousa:

TABELA 2
<u>Questões</u>
1. O que é ponto?
2. O que você sabe sobre reta?
3. Qual o conceito de segmento de reta?
4. Represente um ponto, uma reta e um segmento de reta.

Fato muito interessante é que quando a professora passa os exercícios na lousa todos copiam bem lentamente e ela logo passa as respostas na lousa, assim não existe o tempo em que os alunos realmente façam a atividade e percebam se aprenderam ou se ainda restam dúvidas sobre o assunto.

Assim, o tempo dedicado a essa aula de ensino da geometria foi de 45 minutos; sendo dado o conteúdo de ponto, reta e segmento de reta e alguns exercícios, de forma simples faltando parte do conteúdo para uma compreensão maior do tema, de forma que fica muito difícil aos alunos relacionarem o conteúdo apresentado pela professora a qualquer situação cotidiana, como indicado nos estudos até o momento realizados.

Em outra aula foi ensinado o cálculo do perímetro de uma figura. A professora escreveu na lousa a definição de perímetro: “Perímetro: é a soma das medidas dos lados de uma figura. Por exemplo, se temos um quadrado com 6 cm de lado é só somar os quatro lados”. Nos exercícios que foram propostos, a professora desenhava a figura e colocava as medidas dos lados da figura e pedia para os alunos calcularem o perímetro. Ela propôs exercícios com triângulo equilátero de medidas de 4 cm de cada lado, com um quadrado com medida de 2 cm, com o retângulo com dimensões de 3 cm e 6 cm.

A professora realizou uma leitura da teoria, os alunos copiaram as definições da lousa e depois as respostas dos exercícios, algumas crianças não copiaram nada da lousa, apenas conversaram durante toda aula. Perguntei a outra criança se ela havia entendido o conteúdo ela respondeu que não entendeu, mas não tinha problema, pois essa matéria não era cobrada na prova.

Tomei a liberdade de perguntar para professora, depois de mais de vinte aulas de matemática observadas, se o conteúdo de geometria dado ficaria apenas naquelas duas aulas ou se ela pretendia trabalhar mais algum conteúdo. A professora explicou que achava importante ensinar geometria, mas que ela não o faz de fato por não saber o conteúdo e, além disso, por ter como prioridade solucionar outros déficits dos alunos que seriam nas operações aritméticas, como adição e subtração, multiplicação e divisão. Ela enfatizou que a operação divisão é a que os alunos apresentam a maior dificuldade, e nesse sentido, considera que é mais importante tentar melhorar o desempenho dos alunos nas operações básicas do que destinar mais tempo para geometria, pois os pais e a direção da escola não notam se realmente foi ensinado como acontece com as operações básicas.

Como estudamos nos capítulos anteriores e agora na prática, a geometria não é vista como fundamental na formação do aluno, mesmo com as recomendações dos PCNs, e a avaliação dos livros didáticos em relação ao ensino de geometria, ainda não houve uma internalização desses conceitos por todos os professores, pois sua formação foi deficiente e necessita de uma formação continuada para sanar essa deficiência.

Em nossas observações verificamos que a questão de o professor não estar preparado para ensinar geometria vem acontecendo ao longo da história nas escolas, por falta de um material adequado, programas de incentivo ao ensino de geometria, entre outros e essas situações acompanhadas do deficit de aprendizagem em que as crianças se encontram acabam provocando um abandono do ensino da geometria em favor de outros conteúdos como as operações de soma e subtração.

Decorrente dessas observações muitas questões surgiram e buscamos entrevistar a docente (Anexo I) e também propusemos à professora desenvolver uma aula abordando conteúdo de geometria para os alunos. A entrevista e a proposta de aula foram aceitas. A seguir passamos a descrever as considerações da entrevista e no outro item o plano elaborado e a análise do desenvolvimento dessa aula.

4.1. Considerações da entrevista

Moura (1995) diz que o professor carrega consigo o ônus de uma formação falha e inadequada, e, além disso, embora sejam responsáveis pela formação inicial do

cidadão, elas fazem parte do conjunto de profissionais sem o devido reconhecimento no contexto sócio-cultural.

Os dados coletados indicam que embora a professora tenha intenção de introduzir geometria nas aulas, ela não têm conseguido atingir plenamente os objetivos a que se propõem. A professora A, participante da primeira parte deste estudo, fez referência de que sua formação matemática durante o curso de Pedagogia não contemplou aspectos que lhe possibilitaria ensinar geometria nas séries iniciais com sucesso.

Em certos momentos não me julgo capacitada. Busco estudar mais para suprir o déficit, pois julgo importante. Gostaria de entender os princípios da Geometria, pois não sei e também não sei como explicar, ângulo, reta, vértice... (Entrevista/Professora A)

Na entrevista podemos verificar ainda que essa professora necessita e está disposta a participar de cursos de formação continuada voltado para o conteúdo de geometria visando melhorar tanto seu conhecimento como para contribuir para o processo de aprendizagem de seus alunos. Entretanto não possui condições ideais para concretizar esse desejo: “Mas o horário em que normalmente são oferecidos os cursos não dá, pois dou aula” (Entrevista/Professora A).

Mesmo com toda essa dificuldade, ao comentar sobre os conteúdos de geometria que foram trabalhados com seus alunos, sobre como foram essas aulas e quais os desafios enfrentados ela revelou que, mesmo tendo optado por uma abordagem de aula expositiva, planejou a aula e identificou conteúdos que não dominava. No excerto a seguir ela indica o conteúdo que escolheu trabalhar:

Reta, ponto, tipos de reta, figuras geométricas, perímetro, área, segmento de reta. Aula expositiva. Gostei sim de preparar, mas poderia ser melhor. Compreender partes do conteúdo. (Entrevista/ Professora A)

A abordagem metodológica que foi proposta também não contempla aspectos relacionados ao desenvolvimento do pensamento geométrico proposto por van Hiele.

A importância atribuída à geometria pela Professora A indica que ela vê a geometria como o estudo das formas e como uma possível ferramenta para algumas profissões, ou seja, com um caráter mais utilitarista.

É o estudo das formas. É muito importante. Um Engenheiro, Arquiteto e mesmo um professor necessitam da Geometria para trabalhar.

Para muitas atividades como mencionado acima. Considero que é muito importante.

Um pedreiro precisa, nós usamos no dia-a-dia sem perceber. (Entrevista/ Professora A)

Embora não possamos afirmar, essa concepção pode estar atrelada a influência que o Movimento da Matemática Moderna teve no ensino da Matemática, quando a geometria ficou de certo modo abandonada. A geometria sofreu naquele período cortes nos próprios livros didáticos.

A formação básica da professora A revela que ela teve problemas na sua formação em geometria, tendo pouco conteúdo, mal conseguindo compreendê-lo.

Diante dos dados pode-se dizer, apesar de sua reconhecida importância da geometria na formação e desenvolvimento dos indivíduos, seu ensino não vem sendo priorizado nas aulas de matemática observadas durante a realização desta pesquisa.

4.2 Aula de Geometria ministrada (ago – dez 2007)

A oportunidade de ministrar uma aula para a turma surgiu a partir do contato quase que diário com a professora e os alunos, a seriedade com que vínhamos trabalhando e coletando os dados, e o fato da professora julgar importante seus alunos saberem geometria, favoreceu esse momento aqui relatado.

O conteúdo escolhido para trabalhar com os alunos foi “sólidos geométricos”. Buscamos aplicar uma aula diferente da professora da turma, mais prática, com materiais manipuláveis. De forma que foi bem desafiador dar uma aula para a turma. Planejamos realizar as atividades durante 90 minutos.

Os objetivos gerais dessa aula decorrem da Geometria desenvolver um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. A Geometria é um campo fértil para se trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente.

O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades. Além disso, se esse trabalho for feito a partir da exploração dos objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, permitirá ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento.

Mais especificamente, nosso objetivo era que o aluno compreendesse algumas propriedades dos sólidos geométricos, conseguissem identificar seus elementos fundamentais, além disso, esperávamos que pudessem construir algumas representações de sólidos e classificá-los, relacionando-os com os objetos do cotidiano.

O quadro a seguir indica os tópicos, as atividades programadas para a professora (autora dessa pesquisa) realizar e as atividades para os alunos.

TABELA 3		
Tópicos e Metodologia da Atividade Programada		
Tópicos	Atividade professor	Atividade do aluno
Explorar as figuras	Questioná-los sobre as peças semelhanças e diferenças e suas características principais depois relacionar à teoria.	Falar, ouvir e manusear os sólidos.
Teoria sobre os sólidos	<p>Sólidos Geométricos</p> <p>Um sólido geométrico é uma região do espaço limitada por uma superfície fechada. Há dois tipos de sólidos geométricos: poliedros e corpos redondos.</p> <p>Poliedros</p> <p>Poliedro é um sólido geométrico cuja superfície é composta por um número finito de faces, em que cada uma das faces é um polígono, (um polígono é uma figura geométrica plana limitada por uma linha poligonal fechada, por exemplo, o hexágono é um polígono de seis lados). Os seus elementos mais importantes são as faces, as arestas e os vértices. (Arestas: são os segmentos formados pela intersecção de duas faces. Vértices: são os pontos onde se interceptam três ou mais arestas).</p> <p>Exemplos:</p> <p>Tetraedro é uma forma espacial, um poliedro constituído por 4 lados triangulares.</p> <p>Um cubo é o hexaedro regular.</p> <p>O octaedro é um poliedro de oito faces.</p> <p>Um dodecaedro é um poliedro de 12 faces.</p> <p>Um icosaedro é um poliedro convexo de 20 faces. É</p>	Copiar a teoria.

	<p>constituído por 20 triângulos equiláteros.</p> <p>Não poliedros / Corpos redondos</p> <p>São todos os demais sólidos geométricos que não se encaixam na categoria de poliedro, ou seja, ao menos uma de suas faces não é um polígono.</p> <p>Exemplos:</p> <p>A esfera pode ser definida como "um sólido geométrico formado por uma superfície curva contínua cujos pontos estão equidistantes de um outro fixo e interior chamado centro".</p> <p>Um cone é um sólido geométrico formado por todos os segmentos de reta que têm uma extremidade em um ponto V (vértice) em comum e a outra extremidade em um ponto qualquer de uma mesma região plana R (delimitada por uma curva suave, a base).</p> <p>O cilindro é um corpo alongado e de aspecto roliço, com o mesmo diâmetro ao longo de todo o comprimento.</p>	
Construindo	Distribuir material para a confecção dos sólidos.	Construir o sólido. Desenhar no caderno. Depois dizer qual é esse sólido e classificá-lo de acordo com o que foi apreendido na aula.

Os recursos utilizados foram a lousa, sólidos geométricos de madeira, recortes de papel, lápis de cor, cola, tesoura. A avaliação consistiu em observar a construção de um sólido geométrico. Essa aula foi baseada na proposta de um livro didático⁵.

Inicialmente foi solicitado aos alunos que pegassem o caderno de matemática, pois iríamos ter aula de Geometria e estudaríamos os Sólidos Geométricos tais como poliedros e corpos redondos.

Distribuímos alguns sólidos geométricos feitos de madeira para os alunos e fomos perguntando qual o nome das peças, eles chamavam o cubo de quadrado, a pirâmide de triângulo. Percebida a confusão que estavam fazendo entre figuras 2D e 3D, diante disso, expliquemos que essas peças eram compostas por várias faces, sendo no mínimo quatro, elas teriam outro nome e pertenciam ao grupo das figuras

⁵ BIGODE, Antonio José Lopes, Gimenez, Joaquim. Matemática do cotidiano & suas conexões. 1. ed. – São Paulo: FTD, 2005.

tridimensionais e se elas fossem planas seriam do grupo bidimensional, de forma que sua nomenclatura iria ser diferente.

Em seguida manipulando vários sólidos, analisamos algumas de suas características. Os alunos desenharam na lousa o cubo, pois cada um queria mostrar que construíam de forma diferente. Eles estavam se divertindo e participando com bastante entusiasmo da aula.

Passamos a explicar o nome de cada parte principal dos poliedros, aresta, vértice e face. Essa parte exigiu deles mais atenção, tivemos que usar um cubo bem grande para eles visualizarem o que era cada parte, demos os nomes contamos quantas faces, arestas e vértices o cubo possui. Contamos várias vezes até que todos entendessem, assim que todos compreenderam pedimos que desenhassem no caderno o cubo colocassem o nome de cada parte. Fizemos na lousa um desenho do cubo para eles entendessem o que estava sendo solicitado.

Caminhamos entre as carteiras dos alunos, verificando o que cada um estava fazendo, se estavam com dificuldade. Vimos que eles fizeram corretamente e pintaram as figuras desenhadas, a maioria com capricho.

Depois disso, passamos a analisar a pirâmide. Perguntamos se eles sabiam que tipo de objeto era. Os alunos disseram agora que era uma pirâmide. Então desenhamos na lousa a pirâmide de base quadrada e fomos juntos, falando o nome de cada elemento e escrevendo. Após essa análise, contamos quantas faces, arestas e vértices a pirâmide tem. Observamos que ao manipular os objetos geométricos, ficou mais fácil compreender o que era a face, aresta e vértice.

Mostramos a esfera que representava um corpo redondo. E não teve aprofundamento nesse tema. Pois o tempo estava muito curto.

A aula foi bastante dinâmica, os alunos aparentavam ter entendido o conteúdo trabalhado. Depois foi distribuída duas folhas com as figuras da planificação de um paralelepípedo e de um dodecaedro para eles recortarem e montarem os poliedros. Apenas dois alunos conseguiram fazer a montagem sem instrução alguma.

Nacarato et al (2003), relatam que a transformação das figuras tridimensionais em bidimensionais geram certa confusão no processo de visualização. As autoras citam Pais (1996) que afirma

o desenho é de um nível de complexidade maior que o do objeto real, o desenho da planificação desse objeto é mais complexo ainda e exige um movimento duplo do pensamento: olhar o objeto e imaginá-lo planificado e imaginá-lo tridimensional. (Pais, 1996, apud Nacarato et al, 2003, p. 100).

Ajudamos a montarem os poliedros. Foi solicitado que desenhassem e contassem as faces, arestas e vértices, anotando no caderno. Algumas crianças estavam com dificuldade em recortar, ajudamos mostrando que não era difícil, era só cortar reto e eles foram fazendo.

Refletindo sobre a aula dada percebemos que os alunos tiveram um bom desempenho aparentemente, mas o conteúdo geométrico é muito mais do que isso. Em uma 4ª série (5º ano) eles já deveriam ter uma compreensão melhor do assunto. E na prática como se pode compreender os poliedros se não se sabe o que são polígonos? Essa foi uma pedra no caminho, aparentemente eles sabiam o conteúdo de polígonos, mas na prática não sabiam, quando comentei sobre os ângulos do quadrado, eles não sabiam o que era ângulo, assim não pude trabalhar de forma mais completa o tema.

No dia seguinte à prática percebemos que um grupo brincando e prestando atenção no que estavam fazendo, eles analisavam um dodecaedro e comparavam com a bola de futebol, e um garoto chegou a corrigir o colega que ao reparar os objetos chamava de ponta o vértice. Isso nos animou, pois vimos que eles conseguiram levar para o dia-a-dia a teoria.

A seqüência de fotos indica alguns momentos da atividade desenvolvida com os alunos.

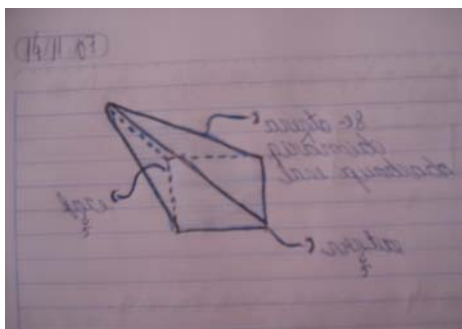


Figura 1.1 Representação da Pirâmide.

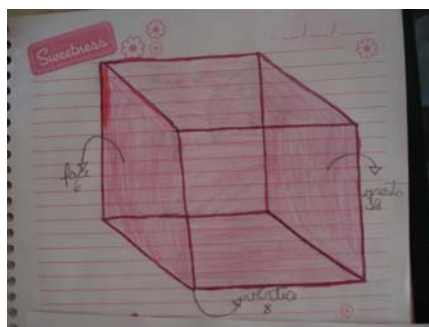


Figura 1.2 Representação do cubo.

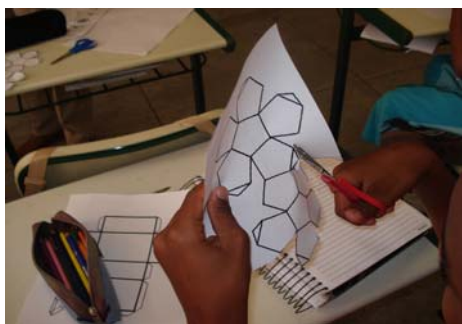


Figura 1.3 Recortando o dodecaedro.

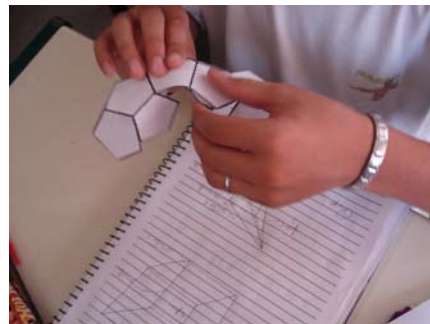


Figura 1.4 Dobrando o dodecaedro.

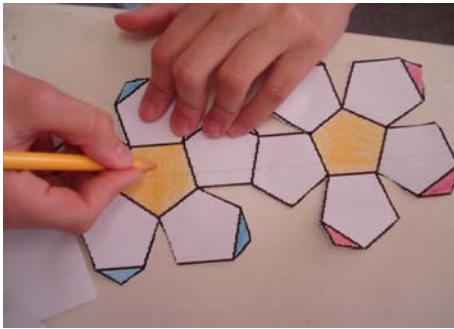


Figura 1.5 Colorindo o dodecaedro.
montado.



Figura 1.6 Paralelepípedo e dodecaedro
montado.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao vermos a teoria desenvolvida na Universidade e a prática vivenciada na sala de aula junto da professora e dos alunos, verificamos algumas deficiências referentes ao conteúdo de geometria, atribuídas à formação inicial da professora. Embora esse despreparo não impeça a professora de se arriscar a ensinar tópicos da geometria, tomando como referência livros de que dispõe.

Não conseguimos dados suficientes que nos permitisse identificar a relação entre os conhecimentos geométricos da professora e os conteúdos ministrados por ela na escola. Contudo, a professora participante deste estudo indicou que há necessidade de que ocorra a problematização desses aspectos ainda na formação inicial do professor que ensina matemática nas séries iniciais.

Como indicado no estudo de Lorenzato, também verificamos neste estudo, que é bastante difícil para o professor que não sabe a geometria, conseguir ensiná-la com segurança, ou seja, é difícil ele ensinar algo que não se sabe. Os alunos acabam sendo tolhidos e perdem o elo da geometria do mundo para sua teorização em sala de aula.

Se não bastassem todos os motivos aqui citados para o ensino de geometria nas séries iniciais, consideramos que esse conteúdo é fundamental para a formação geral dos estudantes. Nos apropriamos de um princípio do National Council of Teachers of Mathematics – NCTM – (Apud NACARATO, 2001, p 95) para justificar essa idéia:

A compreensão espacial é necessária para interpretar, compreender e apreciar o nosso mundo, que é intrinsecamente geométrico. As idéias e as intuições acerca das formas bi e tridimensionais e das suas características, as inter-relações entre as formas e os efeitos das modificações nas formas, são aspectos importantes do sentido espacial. [...] Para aprender geometria, as crianças precisam de investigar, experimentar e explorar, usando tanto os objetos do cotidiano como outros materiais físicos específicos (NCTM, 1991:60)

A formação de professores que ensinam matemática nas séries iniciais é um assunto preocupante e complexo. A extinção dos cursos de Magistérios atribuiu a responsabilidade de formação de professores aos cursos superiores, geralmente Pedagogia, que por sua vez não adequaram seus currículos às metodologias específicas de cada disciplina (NACARATO e PASSOS, 2003, p 32), oferecendo uma educação “genérica” às futuras responsáveis pela educação das crianças de Educação Infantil e

Ensino Fundamental, onde terão de lecionar matemática, português, geografia, história, artes, educação física e ciências.

O estudo aqui realizado indica que muito ainda há que ser feito para que de fato a geometria não seja relegada a um segundo plano e continue a crescer o “analfabetismo geométrico” em nossas escolas.

Esperamos que as reflexões decorrentes deste estudo possam trazer contribuições para o desenvolvimento de outros estudos.

O processo de coletar dados e de fazer um aprofundamento teórico, principalmente o histórico, favoreceu a compreensão da atitude da professora em relação ao ensino de geometria. E também podemos pensar o ensino de geometria de maneira mais ampla, pois a pouca atenção dada a esse conteúdo é algo que está acontecendo.

6. BIBLIOGRAFIA

ANDRADE, J. A. A. **O ensino da geometria: uma análise das atuais tendências, tomando como referências as publicações nos Anais dos ENEM'S**. Itatiba: USF. (Dissertação de Mestrado), 2004.

BITTAR, M. e FREITAS, J. L. M. de **Fundamentos e metodologia de matemática para os ciclos iniciais de ensino fundamental**. 2ª ed. Campo Grande, MS: Ed. UFMS, 2005.

BORDEAUX, Ana Lúcia et. al, **Matemática na vida e na escola**, Rio de Janeiro: Editora do Brasil, 2002.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

EVES, H. **História da Geometria**. In **Tópicos de História da Matemática para Uso em Sala de Aula**. São Paulo: Atual, 1992.

GERDES, P. **Sobre o despertar do pensamento geométrico**. Dresden (RDA): Instituto Superior Pedagógico Karl Friedrich Wander. (Tese de Doutorado em Filosofia), 1986.

LORENZATO, S. Os “Por Quês” Matemáticos dos Alunos e as Respostas dos Professores. In **Pró-Posições**, Campinas: FE/UNICAMP, 1993, volume 4, n.1[10].

LORENZATO, S. Por que não Ensinar Geometria? In **A Educação Matemática em Revista**, 1995, Ano III, n. 4, 1º semestre, Blumenau: SBEM.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E.D.A. **Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986. 1ª ed.

NACARATO, Adair Mendes; PASSOS, Cármen Lucia Brancaglioni. **A geometria nas séries iniciais: uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores**. São Carlos: EDUFSCAR, 2003.

NASSER Lilian, **A teoria de Van Hiele para o ensino de Geometria**. Pesquisa e Aplicação, Anais Do I Seminário Internacional de Educação Matemática Do Rio de Janeiro, UFRJ, Rio de Janeiro, pp. 29_40.

NASSER, Lilian e SANT'ANNA, Neide P. **Geometria Segundo a Teoria de van Hiele**. Projeto Fundação – IM/UFRJ, Rio de Janeiro, 2004.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. **Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics**. Tradução portuguesa. Portugal: Associação de Professores de Matemática e Instituto de Inovação Educacional, 1989.

PAIS, Luiz Carlos. **Intuição, experiência e teoria geométrica**. Zetetiké. Volume 4, Número 6, julho/dezembro 1996. Campinas, SP: Unicamp, FE, CEMPEM, p. 65-74.

PASSOS, C. L. B. **Representações, Interpretações e Prática Pedagógica: A Geometria na Sala de Aula**. Campinas: FE/UNICAMP. (Tese de Doutorado), 2000, 363 p.

PAVANELLO, R. M. (1989) **O abandono do ensino da geometria: uma visão histórica**. Campinas: UNICAMP (Dissertação de Mestrado).

PIRES, C. M. C. **Espaço e forma: a construção de noções geométricas pelas crianças das quatro séries iniciais do ensino fundamental**. 1. ed. São Paulo: PROEM, 2001. v. 1. 286 p.

PROGRAMA Nacional do Livro Didático 2008, MEC, Brasília, 2007, Disponível em: <http://www.fnde.gov.br>.

ZABALZA, M.A. **Diários de aula: contributo para o estudo dos dilemas práticos dos professores**. Portugal: Porto Editora, 1994. Trad. José Augusto Pacheco, 1ª ed. 206 p.

ANEXO I

ENTREVISTA COM A PROFESSORA DO 5º ANO DA ESCOLA PÚBLICA DE SÃO CARLOS (AGO – DEZ / 2007)

A investigação estará procurando estudar a realidade tal como ela é experimentada pelos professores. No estudo de caso dá-se uma especial atenção à caracterização de um objeto no que ele tem de único e específico, na sua relação com o contexto e na sua história. Nesse sentido foram construídas num primeiro momento questões objetivas para a realização de uma entrevista com a professora da turma que realizamos as observações, com a expectativa de termos revelado o quanto a geometria tem estado presente na sala de aula.

As questões foram previamente elaboradas a fim de fornecerem o fio condutor. As questões iniciais previstas para a entrevista foram as seguintes:

1. Em sua formação escolar, no ensino fundamental, lhe foi transmitido quais conhecimentos sobre a geometria?
2. Na sua graduação teve uma disciplina que abordou a geometria de maneira completa, assim dando um suporte a sua prática docente?
3. Você se julga realmente capacitada para lecionar geometria aos seus alunos?
4. O que você gostaria de saber mais dentro da geometria para se sentir mais segura em suas aulas?
5. O que é geometria para você?
6. Para que serve a geometria?
7. Você imagina onde pode ser útil a geometria no dia-a-dia?
8. O que seria uma prática ideal de transmitir a geometria de maneira clara aos alunos?
9. Seria de seu interesse participar de um curso que lhe ensinasse geometria?

Entretanto, como previsto, muitas perguntas surgiram ao longo do seu desenvolvimento e na seqüência das respostas da professora, assim as questões e respostas apresentadas foram as seguintes:

1. Durante a Educação Básica (Ensino fundamental e Ensino Médio) você se lembra de ter estudado geometria? O que ficou mais marcado em sua memória?

Resposta: Na 8ª série tive Desenho Geométrico, ia muito mal, isso me marcou profundamente, estudava e não entendia nada.

2. E durante a graduação, em quais disciplinas foi abordado assuntos de geometria? Que assuntos foram esses? Como eles foram desenvolvidos durante o curso? Você acha que a abordagem foi suficiente para ensinar geometria para seus alunos? O que faltou? O que você sugeria de mudança nessa abordagem?

Resposta: Só tive em Metodologia do Ensino de Matemática, foi muito rápido, sem aprofundamento. Deveria ter no mínimo 1 ano e meio para ter mais noção. Deveria ter mais jogos matemáticos.

3. Você se julga realmente capacitada para lecionar geometria aos seus alunos? Como você tem buscado mais elementos para trabalhar a geometria com seus alunos?

Resposta: Em certos momentos não me julgo capacitada. Busco estudar mais para suprir o déficit, pois julgo importante.

4. O que você gostaria de saber mais dentro da geometria para se sentir mais segura em suas aulas?

Resposta: Gostaria de entender os princípios da Geometria, pois não sei e também não sei como explicar, angulo, reta, vértice...

5. O que é geometria para você? Qual a importância da geometria na formação dos estudantes?

Resposta: É o estudo das formas. É muito importante. Um Engenheiro, Arquiteto e mesmo um professor necessitam da Geometria para trabalhar.

6. Para que serve a geometria? Será que ela é realmente importante para o campo da matemática?

Resposta: Para muitas atividades como mencionado acima. Considero que é muito importante.

7. Você imagina onde pode ser útil a geometria no dia-a-dia?

Resposta: Sim. Um pedreiro precisa, nós usamos no dia-a-dia sem perceber.

8. O que seria uma prática ideal de ensinar a geometria de maneira clara aos alunos?

Resposta: Precisa primeiro de material concreto e liberdade para utilizar o espaço da escola. Coisa que não ocorre no dia normal, que se usa só a sala de aula e a lousa.

9. Seria de seu interesse participar de um curso que aprofundasse seus conhecimentos de geometria?

Resposta: Sim. Mas o horário em que normalmente são oferecidos os cursos não dá, pois dou aula.

10. Quais conteúdos de geometria foram trabalhados com seus alunos neste ano? Como foram essas aulas? Você gostou de preparar e desenvolver essas aulas? Quais os desafios que você teve?

Resposta: Reta, ponto, tipos de reta, figuras geométricas, perímetro, área, segmento de reta. Aula expositiva. Gostei sim de preparar, mas poderia ser melhor. Compreender partes do conteúdo.

11. Como você avalia a aprendizagem dos seus alunos nessas aulas? Eles gostaram? Eles se envolveram com as atividades da mesma forma com que se envolvem com outros conteúdos?

Resposta: Eles adoraram, aprenderam fácil. Participaram, mas tem pontos que são obscuros demais e fica difícil a compreensão.